

БАЙЕСОВСКА ОЦЕНКА НА ВЕРОЯТНОСТТА ЗА БЕЗОТКАЗНА РАБОТА НА
МИКРОЕЛЕКТРОННИТЕ ИЗДЕЛИЯ

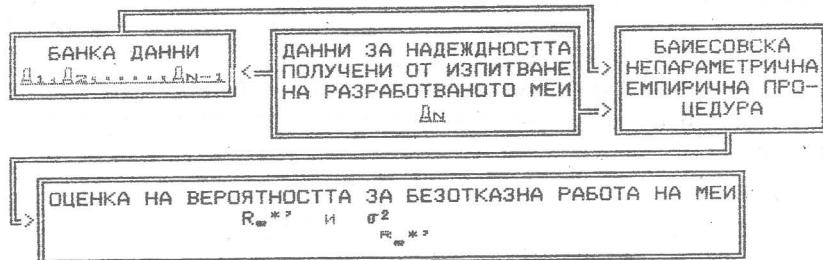
инж. Нели Генчева Георгиева - гл. ас. ТУ-Варна

Proposed in the paper is a method of non-parametric Bayes' evaluation of microelectronic product unfailing operation probability under the circumstances of data accumulation for the product reliability. Presented is a comparative analysis of the resultant reliability index evaluation marks.

1. ОБЩА СХЕМА НА РАБОТА

Съществена характеристика на съвременното производство на МЕИ е възможността за създаване на разнообразни по съдържание, обем и структура банки от данни, в които последователно се натрупва голямо количество информация за микроелектронните изделия. Тази информация, систематизирана по подходящ начин и достъпна във всеки един момент от време може да бъде използвана от специалисти от различни сфери на микроелектронното производство. Целесъобразността от използването на тази информация при решаването на задачите, свързани с осигуряване на висока потенциална (производствена) надеждност на различни по вид изделия, е обоснована от Беляев [1].

В настоящия доклад е направен опит за оценяване на вероятността за безотказна работа на МЕИ, като се използват нееднородните пакети от данни, които ще означа с D_1, D_2, \dots, D_n . За решаването на тази задача използвам непараметричен емпиричен Байесовски подход (фиг. 1)



Фиг. 1

Разглеждам задачата за оценяване на вероятността за безотказна работа на МЕИ по резултати, постигнати от предходни изпитвания. Колективата, разработваща новото МЕИ разполага с банка данни, в която се съхраняват резултатите от изпитванията на МЕИ-аналози. Използвайки емпиричният Байесовски подход ще бъде търсена оценка на вероятността за безотказна работа по резултатите от изпитването на разработваното в момента МЕИ (данныте за него са D_n), при отчитане на априорната информация, съдържаща се в банката за данни. Пакетите от данни, записани в банката са номерирани в съответствие с последователността на тяхното постъпване D_1, D_2, \dots, D_{n-1} . Формално записана, задачата за оценяване на вероятността за безотказна работа на МЕИ, има вида:

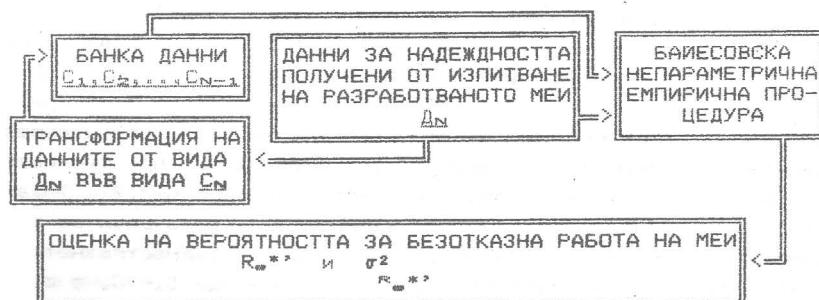
$$R_{\text{ap}}^{**} = R_{\text{ap}}^{**}(D_n; D_1 \dots D_{n-1})$$

/1/

Представям пакетите от данни в матричен вид:

$$D_i = \begin{vmatrix} s_1^{(1)} & s_2^{(1)} & s_3^{(1)} & \dots & s_j^{(1)} & \dots & s_{n1}^{(1)} \\ | & | & | & & | & & | \\ d_1^{(1)} & d_2^{(1)} & d_3^{(1)} & \dots & d_j^{(1)} & \dots & d_{n1}^{(1)} \\ | & | & | & & | & & | \\ k_1^{(1)} & k_2^{(1)} & k_3^{(1)} & \dots & k_j^{(1)} & \dots & k_{n1}^{(1)} \end{vmatrix} /2/$$

По реда на нарастване, в първия ред на матрицата са записани продължителностите на изпитванията, като най-често $s_j^{(1)}$ е отработката до отказ. Във втория ред са записани броя на отказите – $d_j^{(1)}$, съответстващи на отработка $s_j^{(1)}$. В третия ред в j -тия стълб е записан броя на МЕИ $k_j^{(1)}$ отстранени от изпитването до момента $s_j^{(1)}$. Такава форма на записване е удобна, понеже обобщава представянето на която и да било цензурирана извадка.



Фиг. 2

Възможно е, заедно с разглеждания начин за представяне на информацията за надеждността да съществува и друг, при който в банката за данни се съхраняват непосредствено и самите оценки за надеждността. В този случай i-тия пакет от данни ще означим с C_i и той ще съдържа в себе си две компоненти: или точкова оценка R_i^* на вероятността за безотказна работа за i-тия аналог и точността на тази оценка $\sigma_{R_i^*}$, или съвкупността R_i^* и долната граница на доверителният им интервал R_{d1i}^* . За по-голяма определеност на анализа, приемам, че $C_i = (R_i^*; \sigma_{R_i^*})$. Модифицирам схемата за получаване на оценката R_{w^*} от вида, показан на фиг.1 във вида, показан на фиг.2.

За да бъдат получени оценките за вероятността за безотказна работа, приемам, че функцията на разпределение на времето за безотказна работа $F(t)$, принадлежи на класа "стареещи разпределения" S_0 . Целта на това допускане е да се намери удобна за работа функция $F(t)$, чрез функцията на разпределение $F(t) \in S_0$.

2. СРАВНИТЕЛЕН АНАЛИЗ НА ПОЛУЧЕНИТЕ БАИЕСОВСКИ НЕПАРАМЕТРИЧНИ ЕМПИРИЧНИ ОЦЕНКИ НА ВЕРОЯТНОСТТА ЗА БЕЗОТКАЗНА РАБОТА НА МЕИ

Оценките на вероятността за безотказна работа получени по втората схема (фиг.2) са по-обобщени, тъй като, ако е зададена областта на априорната неопределеност $[R_{dN}, R_{fN}]$, то оценките R_N^* и σ_{R^*} се изчисляват по формули /3/ и /4/, а данните от вида D_1 , след заместване на индекса N с индекс j, могат да бъдат сведени към данните от вида C_1 съгласно същите формули:

$$R_N^* = \frac{J_1(W_N, W_{1N}, R_{NT+UN}, UN)}{J_0(W_N, W_{1N}, R_{NT+UN}, UN)}, \quad /3/$$

$$\sigma_{R^*}^2 = \frac{J_2(W_N, W_{1N}, R_{NT+UN}, UN)}{J_0(W_N, W_{1N}, R_{NT+UN}, UN)} - R_N^{*2}. \quad /4/$$

Използването на това преобразувание дава възможност да се извършва оценяване на вероятността за безотказна работа на МЕИ при съвместяване на първата и втората схеми на работа (фиг.1 и фиг.2). Това е удобно в случая, когато в банка данни се съдържат матрици от вида D_1 и матрици от вида C_1 . Целесъобразността на съвместяването на двете схеми се дължи на обстоятелството, че прехода $D_1 \rightarrow C_1$ е свързан със загуба на информация. Освен това оценката на вероятността за безотказна работа на произволно j-то МЕИ не е задължително да е

била получена въз основа на данни от вида D_1 . За тази цел може да съществува друг източник на информация, който е добре да бъде взет под внимание при оценяването. По този начин съвместяването на двете схеми на работа дава възможност за съвместяване обработката на данни за надеждността, получени чрез различни планове на изпитване.

Трябва да се отбележи и още едно достойнство на възприетия подход. При разгръщане на процедурата по втората схема на работа, съществува възможност за използване на недискретно приближение на априорната плътност $h_{\pi}(x)$, основаващо се на апроксимацията на Парэйн. Това на свой ред дава възможност да се определи долната доверителна граница на вероятността за безотказна работа в съответствие с уравнение /5/.

$$\int_{R(\theta) \geq R_d} f(\theta | \theta_{N'}) h'(\theta) d\theta = \delta \int_a f(\theta | \theta_{N'}) h'(\theta) d\theta. \quad /5/$$

Достоверността на оценката $R^{*}_{1,*}$, получена в съответствие с разработения метод, може да бъде изследвана с помощта на методите на статистическото моделиране. Извършвам последователно моделиране на извадки с обем от 20, 40, 60, 80 и 100 стойности за случайна величина, с функция на разпределение на Вейбул:

$$F(t) = F(t; \sigma, \Phi) = 1 - \exp[-t/\sigma]^{\Phi}, \quad /6/$$

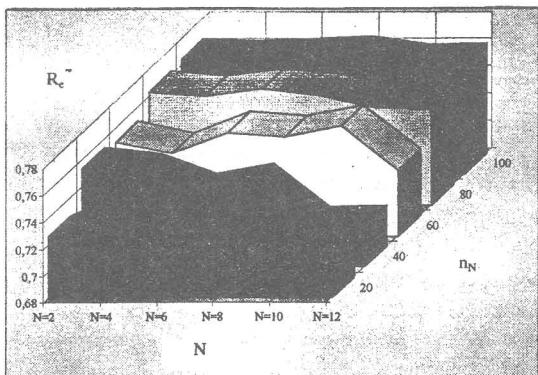
при определена стойност на параметъра на формата $\Phi=\Phi_N$. Цензурирането от дясно се осъществява чрез случаини числа, имащи равномерен закон на разпределение в областта $[k_1\sigma, k_2\sigma]$. Въз основа на получените данни съставям матрица D_N . За получаване на необходимите ми данни за матрицата $C_i = (R'^{*}_{1,i}, \sigma_{R'^{*}_{1,i}})$, $i=1 \dots N-1$, извършвам моделиране на аналогични извадки с обем 40 стойности, при различни стойности на параметъра на формата Φ_1 . Този параметър избирам по случаен начин в областта $[0, 0,85\Phi_N; 1,15\Phi_N]$. По този начин осигурявам втората схема, като резултат от преобразуването на първата, при неединородни данни $D_1 \neq D_N$. Възприемам $t_0=60s$, $\sigma=210s$, $k_1=0,75$, $k_2=2$. Въз основа на получените резултати е построена графиката, представена на фиг. 3.

Сравняването на Байесовските непараметрични емпирични точкови оценки $R'^{*}_{1,*}$ с действителните стойности на вероятността за безотказна работа $R(t_0)$ налагат следните изводи:

а) нарастването на обема на извадката N води до приближаване на оценката $R'^{*}_{1,*}$ към действителната стойност на вероятността за безотказна работа;

6) с нарастване количеството на предшествуващите данни намалява степента на доближаване на оценката R'_{1^*} към действителната стойност на вероятността за безотказна работа.

Чрез моделиране на данни от вида $C_1 \div C_{N-1}$, за еднородни извадки (т.е. параметъра Φ при моделирането на данните от вида $D_1 \div D_{N-1}$ е избиран винаги един и същ), е построена аналогична графична зависимост (фиг.4). В този случай, сравняването на Байесовските непараметрични емпирични точкови оценки R'_{1^*} с действителната стойност на вероятността за безотказна работа $R(t_0)$ налага извод противоположен на извода б) – увеличаването на N е свързано с нарастване на точността, с която R'_{1^*} възпроизвежда $R(t_0)$.



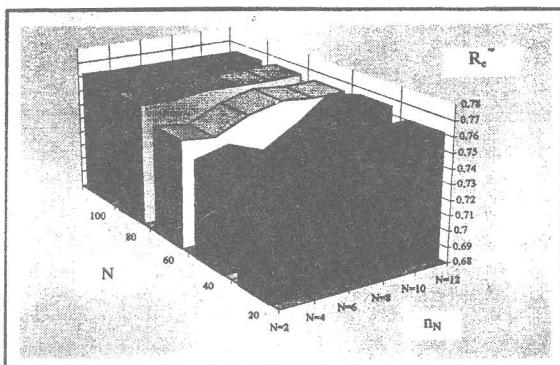
Съпоставяне на Байесовските непараметрични емпирични точкови оценки на Вероятността за безотказна работа с действителните стойности, при нееднородни априорни данни и $\Phi_N=1$; $R(t_0)=0.76363$

Фиг. 3

Отбелязаните особености съответстват на критериите за качествено представяне на емпиричните Байесовски оценки [2]. Обяснението на тези критерии е свързано с факта, че в процеса на обединяване на нееднородни данни, тъй като влиянието на априорната информация е силно при малки обеми N на N -тата извадка, настъпват "изкривявания" в апостериорното разпределение. В същото време, ако предшествуващите данни $D_1 \div D_{N-1}$ и данните за настоящата извадка D_N са еднородни, се наблюдава своеобразно допълване на информацията за D_N , което увеличава точността на оценката.

В крайна сметка, същественото е, че и в първия и втория случай априорната информация дава възможност да се увеличи точността на получените оценки в сравнение със ситуацията, когато оценяването на вероятността за безотказна работа се основава само на данните D_N за извадка на разработваните в момента МЕИ.

Направените изводи потвърждават ефективността на предложения метод за емпирично Байесовско оценяване. Доказват възможността за повишаване точността на оценката за сметка на използваните априорни данни.



Съпоставяне на Байесовските непараметрични емпирични точкови оценки на вероятността за безотказна работа с действителните стойности, при еднородни априорни данни и $\Phi_N = 1$; $R(t_0) = 0.76363$

Фиг. 4

Теоретичното изследване на достойнствата на метода за емпирично Байесовско оценяване в зависимост от свойствата на априорните данни се затруднява силно поради сложната структура на процедурата, големият брой ограничителни допускания и разнородните фактори, които трябва да бъдат отчитани при създаването на непараметрични оценки. В процеса на статистическия експеримент бе установено, че използването на нееднородни пакети от данни в качеството на априорна информация може да предизвика отместване на емпиричната Байесовска оценка. Това отместване е толкова по-малко, колкото е по-голям обема на изпитванията на изследваните МЕИ при непроменяща се структура на данните на изпитваните аналоги.

ЛИТЕРАТУРА:

1. Беляев Ю. Непараметрические методы анализа данных о надежности. НТК. Методом исследований надежности. Новосибирск 1985.
2. Handbook of applicable mathematics. W. Ledermann, E. Lloyd, Part B, New York, John Wiley & Sons, 1994.