ЗА ОПТИМИЗАЦИЈАТА НА РЕЗОНАТОРСКАТА ПРАЗНИНА КАЈ ФОТОРЕФРАКТИВНИОТ БИСТАБИЛЕН ЕТАЛОН

Џеков Ангелов Томислав

Електротехнички факултет, Универзитет "Св. Кирил и Методиј"
Скопје, Република Македонија

1994. година

I. Вовед

Критичниот интензитет е секако параметар од централно значење за практичната примена на фоторефрактивните бистабилни елементи, бидејќи со него е одредено најниското можно ниво на интензитетот на инцидентниот бран при кое даден бистабилен фоторефрактивен еталон се вклучува, т.е. поминува од состојба на ниско излезно ниво во состојба на високо излезно ниво. Пожелно е се разбира, вредноста на критичниот интензитет да биде што е можно пониска. При даден фоторефрактивен медиум, критичниот интензитет на еталонот е функција само од два параметри - од коефициентот на рефлексија на огледалата R и од транспарентноста на резонаторската празнина B, дефинирана со изразот [1]

$$B = e^{-\alpha d}, \qquad (1)$$

каде што α е коефициентот на апсорпција на медиумот, а d е дебелината на резонаторската празнина. Според тоа, оптимизацијата на резонаторската празнина кај фоторефрактивниот еталон нужно ќе подразбира таков избор на R и B (како крајни производни параметри) кој ќе обезбеди што е можно помал критичен интензитет за дадени услови.[4]

Во постојната литература, прашањето на оптимизација на резонаторската празнина е сеуште недоволно расветлено. Проблемот е всушност сведен на проста минимизација на критичниот интензитет и тоа само при услови на фиксен финес. Не е проучен, на пример, ни едноставниот случај на минимизација на критичниот интензитет при фиксен R, иако е јасно дека резултатите од една таква анализа можат да имаат не само теориско туку и практично значење.

Покрај критичниот интензитет постојат и други значајни погонски параметри. Таков е, бездруго, диференцијалната трансмисивност на резонаторската празнина ΔT_c, дефинирана со изразот

---

[1] Овде претпоставуваме дека како излез се користи трансмитираниот бран. Во случајот кога како излез се користи рефлектираниот бран, при вклучувањето и излезот поминува скоковито, од високо на ниско ниво.

[2] Во основа станува збор за интерферометар на Фабри и Перо.

[3] Во литературата повообичаено е користењето на комплементарната варијабла, т.е., на A=1-B, позната како придушување на резонаторската празнина по еден премин.

[4] Треба да се забележи дека при услови медиум изборот на параметарот B се сведува на избор на дебелината на резонаторската празнина d.

[illegible]

[illegible] на фазниот [illegible] на [illegible] ΔT_c значи [illegible] на [illegible] резонаторска [illegible] на [illegible] финесот на оптимизацијата [illegible] на минимизација на односот критичен интензитет – диференцирана трансмисивност.

Во Секција II се претставени двата основни изрази од кои се поаѓа при проучувањето на оптимизацијата на фоторефрактивниот бистабилен сталон[*]. Во Секција III и Секција IV се поминува на расчитување на оптимизацијата, со тоа што во Секција III оптимизацијата е дефинирана како минимизација на критичниот интензитет, а во Секција IV – како минимизација на односот критичен интензитет – диференцирана трансмисивност. И во двата случаи, напаред се расчитува минимизацијата при фиксен финес, а потоа минимизацијата при фиксен R, односно фиксен B. Финесот на резонаторската празнина е дефиниран со изразот

$$[illegible] \qquad (3)$$

[illegible]

$$[illegible] \qquad (4)$$

[illegible] ефективна рефлективност на огледалата. Според тоа, фиксен финес значи фиксен производ AB.

II. Основни изрази

Критичниот интензитет на фоторефрактивниот бистабилен сталон е даден со изразот [1]:

$$I_{icr} = \frac{1}{\beta\mu} \qquad (5)$$

[illegible]

[*]Во случајот кога како излез се користи рефлектираниот бран, како соодветен параметар би се јавила диференцијалната рефлективност на резонаторската празнина, $\Delta R_c = R_{cmax} - R_{cmin}$

[*]Претпоставено е дека бранووите се униформно планарни и дека медиумот се карактеризира со нелинеарна рефракција од прв ред и со коефициент на апсорпција кој е независен од интензитетот на зраченьето

каде што β е константа определена со својствата на медиумот (т.е., со коефициентот на апсорпција и коефициентот на нелинеарна рефракција) и

$$\mu = \frac{(1-R)(1-B)(1+RB)}{(1-RB)^2} L(F) \qquad (6)$$

Со оглед на

$$L(F) = \frac{16\pi}{\sqrt{2}} \frac{\left[(F+2)\sqrt{(F+2)^2+8F^2} - (F+2)^2 - 2F^2\right]^{\frac{1}{2}}}{3(F+2) - \sqrt{(F+2)^2+8F^2}} \qquad (7)$$

каде што е

$$F = \frac{4RB}{(1-RB)^2} \qquad (8)$$

заклучуваме, како што беше веќе споменато во Секција 1, дека ја е функција само од R и B. Лесно се покажува дека важи $L(F) \approx \pi F$ за $F \ll 1$ и $L(F) \approx 3\sqrt{3}\pi F^{1/2}/8$ за $F \gg 1$.

Тргнувајќи од познатите релации

$$T_{c\,max} = \frac{(1-R)^2 B}{(1-RB)^2}, \qquad T_{c\,min} = \frac{T_{c\,max}}{F+1} \qquad (9)$$

наоѓаме дека диференцијалната трансмисивност на резонаторската празнина ќе биде дадена со изразот

$$\Delta T_c = \frac{4R(1-R)^2 B^2}{(1-RB)^4} \qquad (10)$$

Функциите [illegible] имаат физичка смисла само во подрачјето [illegible] $B \in [0, 1]$, $R \in [0, 1]$. Од [illegible] се забележи дека ја е парна функција во однос на правците $R = B$ и дека важи [illegible] $B=X$, $R=Y$ [illegible] $B=Y$, $R=X$. Подолжината на дијагоналата ОР [illegible] монотоно расте од 0

до 2. На рабовите од дефиниционото подрачје е еднакво на нула, освен во точката P, во која, како што рековме, прима бесконечно голема вредност. Од друга страна, функцијата ΔT_c е изразито несиметрична во однос на правата R=B. По должината на дијагоналата OP монотоно расте, почнувајќи од 0 и завршувајќи со 1.1. На рабовите B=0, R=0 и R=1 има вредност нула, а по должината на работ B=1, вредноста и се менува според релацијата $4R/(1+R)^2$. Заиста, точката P се гледа како сингуларна. Имено, во оваа точка таа прима вредност 0 ако на точката и се приближуваме по работ R=1, односно вредност 1 ако и се приближуваме по работ B=1.

Во случајот на резонаторска празнина со висок финес ($\Phi \gg 1$), кога R и B имаат вредности приближно еднакви на единица, релациите (8), (6) и (10) се сведуваат на

$$F \approx \frac{4}{(1-R+1-B)^2} \gg 1 \tag{11}$$

$$\mu \approx \frac{3\sqrt{3}\pi}{2}\frac{(1-R)(1-B)}{(1-R+1-B)^3} \tag{12}$$

$$\Delta T_c \approx \frac{(1-R)^2}{(1-R+1-B)^2} \tag{13}$$

Со оглед на (5), минимизирањето на критичниот интензитет I_{icr} е еквивалентно со максимизирањето на факторот μ, а минимизирањето на односот $I_{icr}/\Delta T_c$ се сведува на максимизирање на продуктот $\mu\Delta T_c$.

III. Минимизација на критичниот интензитет

При фиксен финес,[7] фиксни се и продуктот RB и факторот F, па согласно (6) максимизирањето на μ се сведува на определување на положбата на максималната вредност на функцијата:

$$f_\mu = (1-R)(1-B) \tag{14}$$

над кривата (4). Не претставува никаков проблем да се дојде до познатото решение за оптималните вредности на R и B, т.е.,[8]

$$R_{op} = B_{op} = \sqrt{R_\alpha} \tag{15}$$

---

[7]Како што споменавме во Секција I, овој случај е веќе обработен во соодветната литература. Овде го презентираме само во интерес на комплетноста на трудот.
[8]Согласно (3) и (4), $(R_\alpha)^{1/2}=[1+(\pi/2\Phi)^2]^{1/2} - \pi/2\Phi$.

Максимизирањето на μ при фиксен R се сведува на определување на онаа вредност на параметарот B, која што се јавува како решение на релацијата:

$$\frac{\partial \mu}{\partial B} = 0 \qquad (16)$$

Очигледно е, со оглед на сложеноста на изразот (7), во кој варијаблите B и R влегуваат преку факторот F, дека не ќе биде можно да се дојде до едноставно аналитичко решение на релацијата (16), па ние прибегнавме кон нумеричко решавање на истата. Резултатите од извршената нумеричка анализа се дадени во Табела 1. Во специјалниот случај на резонаторска празнина со висок финес, решението на (16) се сведува на:

$$B_{op} = 1 - \frac{1-R}{2} \qquad (17)$$

Интересно е да се забележи дека (17) претставува доста добра апроксимација на решението дадено со Табела 1. За $R \to 0$, се добиваат дури и исти вредности!

Табела 1. Вредности на B кои при даден R го минимизираат I_{ICT}

R	0	.1	.2	.3	.4	.5	.6	.7	.8	.9	1
B_{op}	1/2	.520	.554	.601	.658	.719	.780	.839	.896	.950	1

Максимизирањето на вредноста на μ при фиксен B се сведува на определување на онаа вредност на параметарот R која се јавува како решение на релацијата:

$$\frac{\partial \mu}{\partial R} = 0 \qquad (18)$$

Комплетното решение на релацијата (18), во кое е опфатено целокупното подрачје на промена на варијаблите B и R, е дадено со Табела 2. За подрачјето на висок финес важи изразот:

$$R_{op} = 1 - \frac{1-B}{2} \qquad (19)$$

Овие резултати се добиени со едноставна замена на местата на B и R во Табела 1 и во изразот (17), а претставуваат парности на функциите $\mu(B,R)$ во однос на правата R=B.

Табела 2. Вредности на R кои при даден B го минимизираат I_{ICT}

B	0	1	.2	.3	.4	.5	.6	.7	.8	.9	1
R_{op}	1/2	.520	.554	.601	.658	.719	.780	.839	.896	.950	1

На сликата 1 е дадена графички приказ на резултатите содржани во изразот (15), односно Табела 1 и Табела 2.

IV. Минимизација на односот критичен интензитет / диференцијална трансмисивност

При фиксен финес максимизирањето на вредноста на ΔT_c се сведува, согласно (6) и (10), на пресметување на по можната максимална вредност на функцијата

$$f = (1 - R)\, B(1 - B) \tag{20}$$

над кривата (4). Добиваме

$$B_{op} = \frac{1}{4}\left[(1 - R_s) + \sqrt{(1 - R_s)^2 + 16R_s}\right]$$

$$R_{op} = \frac{1}{4}\left[(1 - R_s) + \sqrt{(1 - R_s)^2 + 16R_s}\right] \tag{21}$$

Не е тешко да се покаже дека важи

$$B_{op} = \frac{1 - R_{op}}{R_{op}} \tag{22}$$

При зададен R координатата B_{op} ке биде решение на равенката

$$\frac{\partial(\mu\, \Delta T_c)}{\partial B} = 0 \tag{23}$$

Во Табела 3 е прикажана зависноста на B_{op} од R, добиена по нумерички пат. Во случајот на резонаторска празнина со висок финес, добиваме едноставно:

$$B_{op} = 1 - \frac{1 - R}{4} \tag{24}$$

Забележуваме дека (24) претставува добра апроксимација на решението дадено со Табела 3 и, што е уште поинтересно, за R=0 ја дава точната вредност на B_{op}.

Табела 3. Вредности на B кои при зададен R го минимизираат $I_{icr}/\Delta T_c$

R	0	.1	.2	.3	.4	.5	.6	.7	.8	.9	1
B_{op}	3/4	.761	.779	.802	.830	.859	.889	.918	.947	.975	1

При зададен B, оптималната вредност на R ќе биде решение на релацијата:

$$\frac{\partial(\mu \ \Delta T_c)}{\partial R} = 0 \qquad (25)$$

Во Табела 4 е прикажана зависноста на R_{op} од B, добиена по нумерички пат.[2] За случајот на резонаторска празнина со висок финес, важи изразот:

$$R_{op} \quad 1 - \frac{3(1 - B)}{2} \qquad (26)$$

Очигледно е дека овој израз не може да се користи питу како груба апроксимација на решението дадено со Табела 4, освен за B>0.8.

Табела 4. Вредности на R кои при зададен B го минимизираат $I_{icr}/\Delta T_c$

B	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	1
R_{op}	2/5	409	423	444	474	514	568	640	735	858	1

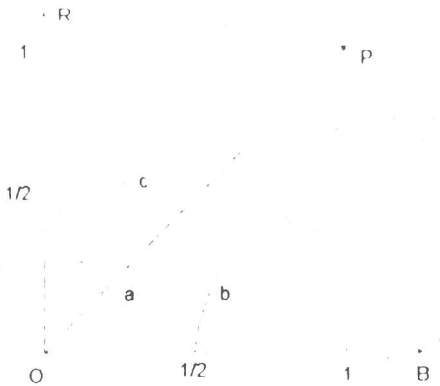
На сликата 2 е даден графички приказ на резултатите содржани во изразот (22), односно Табела 3 и Табела 4. Споредувајќи ја сликата 2 со сликата 1, заклучуваме дека внесувањето на диференцијалната транемисивност во оптимизацијата доведува до поместување на оптимизационите криви кон поголеми вредности на B, што можеше и да се очекува.

V. Заклучни согледувања

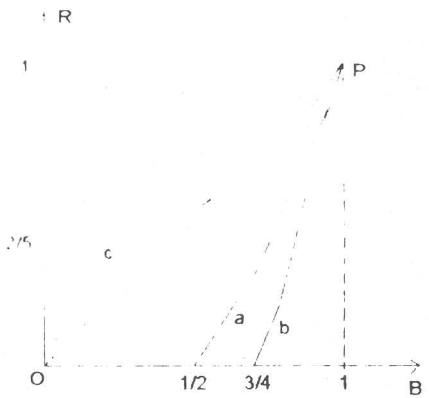
Во трудот ја разгледувавме оптимизацијата на фоторефрактивниот бистабилен сталон, сфатена како минимизација на критичниот интензитет, односно како минимизација на односот критичен интензитет / диференцијална транемисивност. Во првиот случај диференцијалната транемисивност е наполно игнорирана при оптимизацијата, додека во вториот случај ѝ е дадено подеднакво значење со критичниот интензитет. Можеше се разбира да се размислува и за поинакво дефинирање на оптимизацијата, на пр. како минимизација на изразот во кој критичниот интензитет и диференцијалната транемисивност би влегувале со различни тежински фактори.

Се разбира, во случајот кога како материјал се користи рефлектиранот брег наместо диференцијалната транемисивност во оптимизацијата ќе треба да се вклучи диференцијалната рефлективност на резонаторската празнина.

[2] Вредностите на B, на B=0 и B=1 добиени по формулите 3 и 4 се: 3 за B=0 и 1 за B=1. Вредностите на B, на B=0 и B=1 добиени по Табела 2 и Табела 4 се добиени со тривијални вредности по нумерички пат.



Сл.1 Криви на оптимизацијата дефинирана како минимизација на критичниот интензитет
a - при фиксен финес; **b** - $B_{op}= B_{op}(R)$; **c** - $R_{op}= R_{op}(B)$



Сл. 2 Криви на оптимизацијата дефинирана како минимизација на односот критичен интензитет /диференцијална трансмисивност
a - при фиксен финес; **b** - $B_{op}= B_{op}(R)$; **c** - $R_{op}= R_{op}(B)$

ЛИТЕРАТУРА

[1] D. A. B. Miller, "Refractive Fabry-Perot bistability with linear absorption: Theory of operation and cavity optimization" , *IEEE Journal of Quantum Electronics*. , no. 3, pp. 306-311, 1981.