

# СЪОВРАЖЕНИЯ ПРИ ЧИСЛЕНТО ИНТЕГРИРАНЕ НА ТОПЛИННОТО ИЗЛЪЧВАНЕ

гл. ас. к.т.н. Валентин Христов Видеков  
ВМЕИ София катедра КТПИМЕ

Докладът разглежда производните на функцията за топлинното излъчване с цел определяне стъпките за числено интегриране в различни спектрални области. Това се налага поради неравномерния и несиметричен ход на изменение на функцията.

Практически всички тела излъчват в инфрачервената област на спектъра, в зависимост от температурата до която са загрети. Фундаменталните зависимости на това излъчване са известни и основата им е функцията на Планк за спектралната плътност на топлинното излъчване [1]. За практически нужди тази функция се преобразува в различни видове, чрез смяна на променливите, въвеждане на безразмерни параметри. Изходната функция е (1)

$$\gamma(\lambda, T) = \frac{2 \pi c^2 h}{\lambda^5} \left[ \exp \left( \frac{h c}{k \lambda T} - 1 \right) \right]^{-1} \quad (1)$$

Където:  $\gamma$  е спектралната плътност на излъчването  
 $c$  - скоростта на светлината  
 $h$  - константата на Планк  
 $\lambda$  - дължината на вълната  
 $k$  - константата на Болцман  
 $T$  - абсолютната температура

Функцията може да бъде преобразувана в безразмерно отношение на спектралната плътност за дадена дължина на вълната към максималната спектрална плътност  $\gamma_{max}$  при дадена температура. Получаваме безразмерната функция от вида (2)

$$y_\lambda = \frac{\gamma}{\gamma_{max}} = Y_\lambda(x_\lambda) \quad (2)$$

като параметърт  $\chi_\lambda$  е отново безразмерно отногение на дължината на вълната  $\lambda$  към дълчината на вълната при която е максимумът на излъчването  $\lambda_{max}$ .

След съответни преобразувания получаваме функцията (3)

$$y_\lambda = 142,32 \chi_\lambda^{-5} \left[ \exp\left(\frac{4,965}{\chi_\lambda}\right) - 1 \right]^{-1} \quad (3)$$

която изразява функцията на топлинното излъчване в бизразмерни координати и има графичен вид показан на фигура 1.

При изследване на топлинното излъчване се налага отчитането на различни параметри [2] или различни спектрални области на излъчване [3]. Един от методите за постигане на необходимата точност при численото интегриране е да се използва такава стъпка при която пълният интеграл от численото интегриране да е максимално близък с аналитичното решение. Аналитичното решение на функцията на Планк е известно [1] и това е законът на Стефан - Болцман за интегралното излъчване на нагрятото тяло.

Друг подход е увеличаването на броя стъпки дотогава, докато резултатите от две последователни изчисления не могат да бъдат различени

$$\sum_{i=1}^{n+1} y_{\lambda_{i+1}} \Delta x_i - \sum_{i=1}^n y_{\lambda_i} \Delta x_i < \varepsilon$$

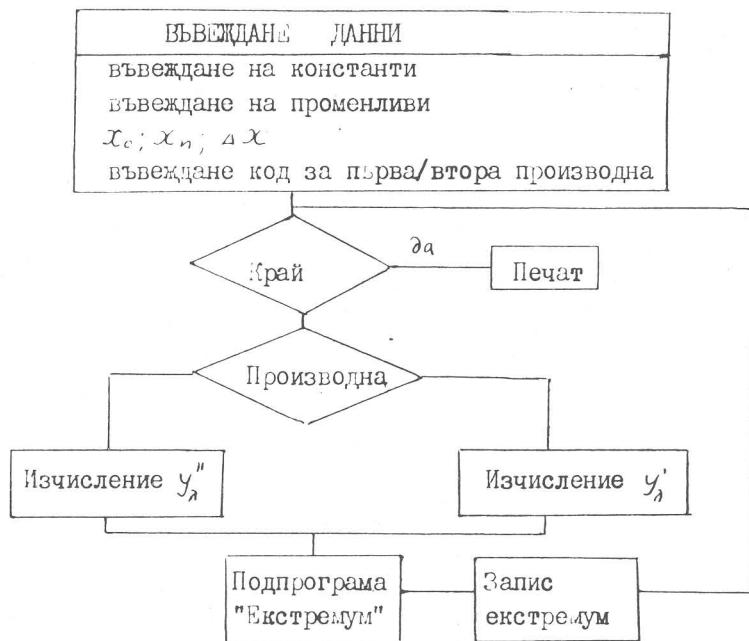
където  $\varepsilon$  е разрешаващата способност на изчислителната система, а  $\Delta x_i = \chi_\lambda + \Delta \lambda / \lambda_{max}$

Анализът показва, че и двата варианта имат недостатъци. При първият сравнително лесно се достига броят стъпки гарантиращ необходимата точност спрямо аналитичното решение, но тези стъпки не гарантират еднаква точност за различни спектрални диапазони. При вторият вариант постигането на минимална разлика в два последователни процеса на изчисление е резултат на малката разлика в абсолютно изчислените резултати, а не спрямо действителната стойност на функцията.

Тези резултати са следствие на различната тежест на спектралните интервали  $\Delta x_i$  в общата мощност на топлинното излъчване поради неравномерната промяна на функцията  $y_\lambda$ . Известно е, че колкото по-бързо се променя една функция, толко-

ва численото интегриране е с по-голяма грешка [4].

Във връзка с това в работата е направено изследване на производните на функцията (2), доколкото те са показателни за нейната промяна. Анализът е направен за първата и втора производни с цел отчитане степента и характера на измененията. Използвани са аналитични и изчислителни методи. В тази връзка е разработена програма за числено решение на първата и втора производни и определяне на екстремалните точки. Алгоритъмът на програмата е следният:



Графичните резултати за първа и втора производна са показвани на фиг. 3.

Точността на работа на програмата е проверена чрез аналитично извеждане на производната и определяне на екстремумите и сравняването им. Изразът за първата производна е:

$$y'_x = \frac{142,52}{x_x^{-6} [\exp(4,965 x_x^{-1}) - 1]} \left\{ \frac{4,965 \exp(\frac{4,965}{x_x})}{x_x [\exp(4,965 x_x^{-1}) - 1]} - 5 \right\} \quad (5)$$

В долната таблица са дадени резултатите за  $\frac{y'}{x}$ , определени аналитично и числено.

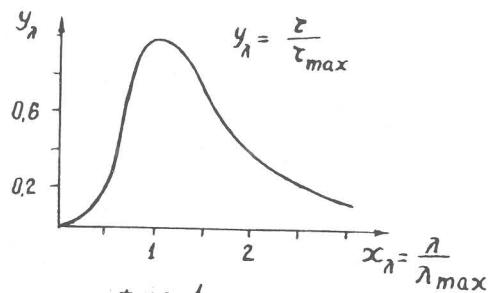
аналитично	числено
$2,55412933 / 0,588$	$2,5412341 / 0,588$
$-0,756652315 / 1,409$	$-0,756647438 / 1,409$

По-голямата грешка при вторият екстремум е резултат от натрупване на изчислителна грешка в резултат на по-големия брой стъпки. При промяна на началната точка  $x_0$  на стартиране на програмата грешката се намалява.

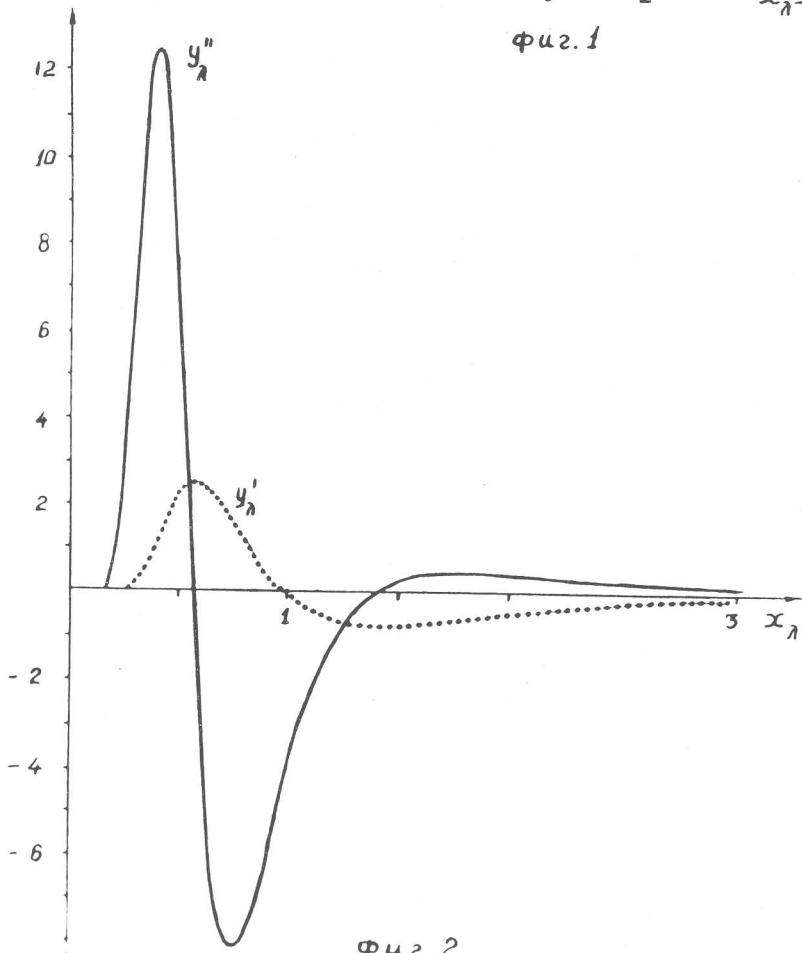
В резултат на направените изследвания е установено, че численото интегриране на топлинното изльчване не трябва да се извърши с постоянна стъпка. В зависимост от необходимата точност спектърът се разделя на диапазони с отчитане на втората производна. Най-чувствителни за промяната са диапазоните около екстремумите на втората производна - за  $x_0$  0,2% до 0,4% и за 0,65 до 0,9. Е тези диапазони броят на стъпките може да бъде повече от 30.

#### Литература:

1. Б.М.Яворский, Н.А.Детлаф Справочник по физике "Наука" Москва 1971 год.
2. V.Videkov, Y.Alkalai, A.Todorov Some problems of surface mount assembly thermal analysis 15<sup>th</sup> International Spring Seminar on Electronics Technology 1993 Sosopol Bulgaria p. 121
3. Тодоров А. В.Видецов Софтуер за обработка на топлинното изльчване XXVIII Научна сесия Коммуникационни, електронни и компютърни системи 21 май 1993 София ЦНТБ НД 498/94
4. Г.Корн Т.Корн Справочник по математике для научных работников и инженеров "Наука" Москва 1977



фиг. 1



фиг. 2